

Санкт–Петербургский университет путей сообщения

Олимпиада по математике, март 2001 года

1. (6 очков) Решите уравнение: $\sin^5 x + \cos^5 x = 1$.
2. (5 очков) В треугольнике ABC стороны a, b, c связаны соотношением $a^3 + b^3 = c^3$.
Докажите, что треугольник ABC остроугольный.
3. (7 очков) Постройте график функции $y = |\cos(2\arccos x)|$.
4. (12 очков) Установите, какое из двух чисел больше: 2001^{2000} или 2000^{2001} .
5. (10 очков) Докажите, что в последовательности натуральных чисел найдутся пять последовательных членов, каждый из которых является составным числом.
6. (25 очков) В треугольнике ABC медиана AD равна высоте BE и биссектрисе CF .
Докажите, что треугольник ABC равносторонний.