

1 Вариант

1. Упростите выражение  $\frac{2\cos^2 \frac{\pi}{4} - \sin^2 2\alpha}{\sin\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)\sin\left(\frac{\pi}{3} - \alpha\right) + \sin\left(\frac{\pi}{6} + \alpha\right)\cos\left(\frac{\pi}{3} + \alpha\right)}$ .
2. Решите уравнение  $\log_{x^2+x-4} 4 = 2$ .
3. Решите неравенство  $\frac{(x-3)\left(\frac{1}{3^{x-4}} + 0,3\right)}{x+2} \geq 0$ .
4. Дана функция  $f(x) = \begin{cases} 4^x, & \text{если } x \leq 1, \\ 4x^3, & \text{если } x > 1. \end{cases}$  Вычислите  $\int_0^3 f(x)dx$ .
5. Решите неравенство  $5 \cdot 3^{2x^2-3x-1} - 2 \cdot 3^{2x^2-3x} + 3^{2x^2-3x-3} \geq -72$ .
6. Найдите промежутки возрастания и убывания, а также экстремумы функции  $f(x) = x - 2\cos x$  на отрезке  $[-\pi; \pi]$ .

2 Вариант

1. Упростите выражение  $\frac{\cos^2 2\beta - 4\sin^2 \frac{\pi}{6}}{\sin\left(\frac{\pi}{6} - \beta\right)\cos\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right) - \sin\left(\frac{\pi}{3} + \beta\right)\sin\left(\frac{\pi}{6} + \beta\right)}$ .
2. Решите уравнение  $\log_{x^2-2x-5} 9 = 2$ .
3. Решите неравенство  $\frac{(x+5)\left(2^{\frac{3}{x+1}} + 0,2\right)}{x-2} \leq 0$ .
4. Дана функция  $g(x) = \begin{cases} 5^x, & \text{если } x \leq 1, \\ 5x^4, & \text{если } x > 1. \end{cases}$  Вычислите  $\int_0^2 g(x)dx$ .
5. Решите неравенство  $6 \cdot 2^{3x^2-2x} - 3 \cdot 2^{3x^2-2x+2} + 2^{3x^2-2x-2} \geq 0$ .
6. Найдите промежутки возрастания и убывания, а также экстремумы функции  $f(x) = 2\sin x - x$  на отрезке  $[\pi; 3\pi]$ .

1 Вариант

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 2x^2$  и  $y = 1$ .
2. Решите неравенство  $4^{\sqrt{x}} - 9 \cdot 2^{\sqrt{x}} + 8 < 0$ .
3. Решите уравнение  $3 \log_3^2 x = \frac{5}{\log_x 3} + 2$ .
4. Решите уравнение  $\left( \cos x - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \sqrt{4x^2 - 7x + 3} = 0$ .
5. Найдите все такие значения  $a$ , что касательная к графику функции  $f(x) = x^7$  в точке  $(a; f(a))$  и касательная к графику функции  $g(x) = x^8$  в точке  $(a; g(a))$  не пересекаются.
6. Решите уравнение  $\log_2(x^2 - 4x + 8) = \sin \frac{5\pi}{4} - \cos \frac{\pi x}{2}$ .

2 Вариант

1. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = \frac{x^2}{3}$  и  $y = 1$ .
2. Решите неравенство  $9^{\sqrt{x}} - 10 \cdot 3^{\sqrt{x}} + 9 < 0$ .
3. Решите уравнение  $2 \log_2^2 x = \frac{5}{\log_x 2} + 3$ .
4. Решите уравнение  $\left( \sin x - \frac{\sqrt{3}}{2} \right) \sqrt{3x^2 - 7x + 4} = 0$ .
5. Найдите все такие значения  $a$ , что касательная к графику функции  $f(x) = x^5$  в точке  $(a; f(a))$  и касательная к графику функции  $g(x) = x^6$  в точке  $(a; g(a))$  не пересекаются.
6. Решите уравнение  $\log_2(x^2 + 4x + 13) = \cos \pi x - \sin \frac{5\pi}{4}$ .

1 Вариант

1. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{2}}(3x+5) \geq \log_{\sqrt{3}} 3$ .
2. Решите уравнение  $\sin^2 x - \frac{12-\sqrt{2}}{2} \sin x - 3\sqrt{2} = 0$ .
3. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = \ln(3x+2)$ , параллельной прямой  $y = x + 4$ .
4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 9^x - 2^y = 1, \\ 9^{-x} - 2^{-y} = -\frac{1}{6}. \end{cases}$$
5. Для функции  $f(x) = 5(x+3)$  найдите все ее первообразные, графики которых имеют с осью абсцисс единственную общую точку?
6. При каких значениях  $a$  уравнение  $\sin^2 x + (a+2)\sin x + 3a+1 = 0$  не имеет корней?

2 Вариант

1. Решите неравенство  $\log_{\frac{1}{3}}(2x-7) \geq \log_{\sqrt{2}} 2$ .
2. Решите уравнение  $\cos^2 x - \frac{8-\sqrt{3}}{2} \cos x - 2\sqrt{3} = 0$ .
3. Напишите уравнение касательной к графику функции  $f(x) = e^{2x}$ , параллельной прямой  $y = 8x - 1$ .
4. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} 25^x - 3^y = 4, \\ 25^{-x} - 3^{-y} = -\frac{4}{5}. \end{cases}$$
5. Для функции  $f(x) = 3(x-2)$  найдите все ее первообразные, графики которых имеют с осью абсцисс единственную общую точку.
6. При каких значениях  $a$  уравнение  $\cos^2 x - (a-2)\cos x + 4a+1 = 0$  не имеет корней?

1 Вариант

1. Решите уравнение  $\sqrt{3x+7} = x-7$ .
2. Решите уравнение  $14 \sin^2 x + \cos 4x - 10 = 0$ .
3. Вычислите  $\int_1^2 (2x-3)^7 dx$ .
4. Решите неравенство  $\log_{\frac{\pi}{3}}(2x^2 - 2x - 9) \geq \log_{\frac{\pi}{3}}(x+1)$ .
5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f(x) = \operatorname{tg} x - x$  на отрезке  $\left[\frac{3\pi}{4}; \frac{5\pi}{4}\right]$ .
6. При каком значении  $a$  графики функций  $y = \ln(3x-4)$  и  $y = 3x-4+a$  имеют единственную общую точку?

2 Вариант

1. Решите уравнение  $\sqrt{2x+4} = x-10$ .
2. Решите уравнение  $26 \sin x \cos x - \cos 4x + 7 = 0$ .
3. Вычислите  $\int_1^{1.5} (4x-5)^5 dx$ .
4. Решите неравенство  $\log_{\frac{\pi}{4}}(x^2 + 2x - 10) \leq \log_{\frac{\pi}{4}}(x+2)$ .
5. Найдите наибольшее и наименьшее значение функции  $f(x) = \operatorname{ctg} x + x$  на отрезке  $\left[\frac{\pi}{4}; \frac{3\pi}{4}\right]$ .
6. При каком значении  $a$  графики функций  $y = \ln(2x+3)$  и  $y = 2x+3+a$  имеют единственную общую точку?

1 Вариант

1. Решите уравнение  $2 \operatorname{ctg} x - \operatorname{tg} x = 1$ .
2. Решите неравенство  $4^{3x-5} - 9 \cdot 2^{3x-5} + 8 \leq 0$ .
3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_2(x^2 + 3x - 2) - \log_2 y = 1, \\ 3x - y = 2. \end{cases}$$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = 3 - x^2$  и  $y = 1 + |x|$ .
5. Найдите все критические (стационарные) точки функции  $y = \cos^2 x + \sin x + 1$ , принадлежащие отрезку  $[0; \pi]$ .
6. Решите уравнение  $2x^5 + x^3 + 5x - 80 = \sqrt[3]{14 - 3x}$ .

2 Вариант

1. Решите уравнение  $\operatorname{tg} x - 3 \operatorname{ctg} x = 2$ .
2. Решите неравенство  $9^{4x-3} - 10 \cdot 3^{4x-3} + 9 \leq 0$ .
3. Решите систему уравнений 
$$\begin{cases} \log_3(x^2 + 4x - 3) - \log_3 y = 1, \\ 2x + y = 7. \end{cases}$$
4. Найдите площадь фигуры, ограниченной линиями  $y = x^2$  и  $y = 2 - |x|$ .
5. Найдите все критические (стационарные) точки функции  $y = \sin^2 x - \cos x - 1$ , принадлежащие отрезку  $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ .
6. Решите уравнение  $\sqrt[4]{10 + 3x} = 74 - x^5 - 3x^3 - 8x$ .