Выпускной экзамен 1999 года
(Россия, математические классы)

МК1-99

1 вариант

1. Решите неравенство $\log_{x+2}(9x^2+15x-6)<2$.
2. Решите уравнение $8\cdot 2^{|x|}+7\cdot 2^x=30$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=x^2-2|x|+1$ и касательными к нему, проходящими через точку $A\left(-\dfrac{5}{6};-\dfrac{14}{3}\right)$.
4. Найдите общие корни многочленов x^4-x^2-2x-1 и $x^4+2x^3-3x^2-4x-1$.
5. Изобразите на комплексной плоскости множество всех таких точек z_0, что для каждой из них для любого решения z уравнения $|z-3i|=|z-z_0|$ выполняется условие $z^2\neq ti$ для любого положительного $t\in\mathbf{R}$.
6. Найдите все такие значения параметра a, для каждого из которых уравнение $\cos x=a$ имеет наибольшее количество корней на промежутке $\left[-\dfrac{2\pi}{3};\dfrac{29\pi}{2}\right]$. Определите это количество; для каждого такого a найдите сумму корней данного уравнения на рассматриваемом промежутке.

2 вариант

1. Решите неравенство $\log_{1-x}(2x^2+3x+1)\geq 2\cdot$
2. Решите уравнение $15\cdot 3^{|x|}+9\cdot 3^x=32$.
3. Найдите площадь фигуры, ограниченной графиком функции $y=x^2-3|x|+x$ и касательными к нему, проходящими через точку $A\left(-\dfrac{5}{4};-\dfrac{13}{2}\right)$.
4. Найдите общие корни многочленов x^4-x^2+6x-9 и $x^4-x^3-2x^2+9x-9$.
5. Изобразите на комплексной плоскости множество всех таких точек z_0, что для каждой из них для любого решения z уравнения $|z+4|=|z-z_0|$ выполняется условие $z^2\neq ti$ для любого отрицательного $t\in\mathbf{R}$.
6. Найдите все такие значения параметра a, для каждого из которых уравнение $\sin x=a$ имеет наибольшее количество корней на промежутке $\left[-10\pi;\dfrac{5\pi}{6}\right]$. Определите это количество; для каждого такого a найдите сумму корней данного уравнения на рассматриваемом промежутке.

Выпускной экзамен 1999 года

(Россия, математические классы)

МК2-99

1 вариант

1. Найдите модуль и один из аргументов комплексного числа $1-\cos 9-i\sin 9$.
2. Пусть $f(x)=\sqrt{2}\cos x+\sin 3x$. Найдите какое-либо отрицательное число t, для которого выполняется равенство $f(t)=-f'(t)$.
3. Исследуйте функцию $g(x)=\log_{0,5}(3x+\sqrt{9x^2+0{,}0625})-2$ на четность и нечетность.
4. Какова вероятность, что в числе, случайно выбранном из всех четырехзначных чисел, нет цифры 7?
5. Сравните два числа: $\int\limits_{\frac{1}{3}}^{\frac{1}{2}}\sin\frac{1}{x}dx$ и $\ln 3$, используя геометрическую интерпретацию определенного интеграла.
6. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение $x^5-5x^4+ax+b=0$ для любого значения b имеет ровно один корень.

2 вариант

1. Найдите модуль и один из аргументов комплексного числа $1-\cos 13+i\sin 13$.
2. Пусть $g(x)=\sqrt{13}\cos x+\sin 5x$. Найдите какое-либо положительное число t, для которого выполняется равенство $g(t)=-g'(t)$.
3. Исследуйте функцию $f(x)=\log_3(\sqrt{16x^2+9}-4x)-1$ на четность и нечетность.
4. Какова вероятность, что в числе, случайно выбранном из всех четырехзначных чисел, нет цифры 0?
5. Сравните два числа: $\int\limits_{\frac{1}{6}}^{\frac{1}{5}}\cos\frac{1}{x}dx$ и $\sqrt[3]{2}$, используя геометрическую интерпретацию определенного интеграла.
6. Найдите все такие значения параметра a, при каждом из которых уравнение $0{,}2x^5-ax^4+3x+b=0$ для любого значения b имеет ровно один корень.

Выпускной экзамен 1999 года
(Россия, математические классы)

МК3-99

1 вариант

1. Решите уравнение $\log_x(3x-2)-2=\sqrt{\log_x^2(3x-2)+\log_{\sqrt[4]{x}}\left(\frac{x}{3x-2}\right)}$.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y=e^{2x}-x+3$, образующей с осями координат равнобедренный прямоугольный треугольник.
3. Изобразите на комплексной плоскости все такие точки z_0, что среди чисел z, удовлетворяющих уравнению $|z+z_0|=0{,}5$, есть ровно одно число с модулем 1.
4. Найдите общие корни многочленов x^4-x^2-6x-9 и $x^4-3x^3-3x^2+8x+6$.
5. Решите систему уравнений $\begin{cases}\cos\dfrac{2x+y}{2}=3\sin x,\\ \sin\dfrac{2x+y}{2}=\cos x.\end{cases}$
6. На изготовление аквариума объемом 4,8 м^3 в форме прямоугольного параллелепипеда с квадратным основанием требуются уголки по длине всех ребер (12 ребер) и стекло на боковые стенки и пол. Цена уголков — одна условная единица (у.е.) за погонный метр, цена стекла — 4 у.е. за квадратный метр. Каковы должны быть размеры аквариума, чтобы расходы на материал были минимальными?

2 вариант

1. Решите уравнение $\log_{x^4}(6x^2-5x)^4=3+\sqrt{\log_x^2(6x-5)-5\log_x\left(\frac{6x-5}{x}\right)}$.
2. Напишите уравнение касательной к графику функции $y=2\ln x-x-1$, образующей с осями координат равнобедренный прямоугольный треугольник.
3. Изобразите на комплексной плоскости все такие точки z_0, что среди чисел z, удовлетворяющих уравнению $|zi-z_0|=1{,}5$, есть ровно одно число с модулем 2.
4. Найдите общие корни многочленов x^4-x^2+2x-1 и $x^4+3x^3-3x^2-6x+4$.
5. Решите систему уравнений $\begin{cases}\cos\dfrac{2x-y}{2}=\sin x,\\ \sin\dfrac{2x-y}{2}=5\cos x.\end{cases}$
6. На изготовление открытого контейнера объемом 10 м^3 в форме прямоугольного параллелепипеда, одна из боковых граней которого — квадрат, требуются уголки по длине всех ребер (12 ребер) и фанера на боковые стенки и пол. Цена уголков — одна условная единица (у.е.) за погонный метр, цена фанеры — 4 у.е. за квадратный метр. Каковы должны быть размеры контейнера, чтобы расходы на материал были минимальными?