

**Выпускной экзамен 1999 года**  
(Россия, профильные классы)

**1 вариант**

1. Вычислите  $\cos\left(\arcsin \frac{4}{5} + \arcsin \frac{5}{13} + \arcsin \frac{16}{65}\right)$ . (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)
2. Решите уравнение  $5\sin 3x + 2\sin x = 0$ .
3. Решите неравенство  $\frac{(2x-5)\left(32^{\frac{1}{x}} - 4\right)}{(3^x - 8)(x^4 + 4x + 20)} \geq 0$ .
4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций  $f(x) = 4 - \sqrt{x+5} + 2\sqrt{x+4}$  и  $g(x) = \sqrt{x+13} - 6\sqrt{x+4}$  совпадают.
5. Исследуйте функцию  $y = \frac{\ln x}{x}$ . (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.
6. Найдите все значения  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = x^4 - ax^2 + 3x + 1$ , проведенная в точке графика с абсциссой 1, имеет с этим графиком ровно одну общую точку.

**2 вариант**

1. Вычислите  $\operatorname{ctg}\left(\operatorname{arctg} \frac{1}{3} + \operatorname{arctg} \frac{1}{4} + \operatorname{arctg} \frac{2}{9}\right)$ . (Не разрешается использовать таблицы и микрокалькуляторы.)
2. Решите уравнение  $7\cos 3x - 3\cos x = 0$ .
3. Решите неравенство  $\frac{(2x-3)\left(27^{\frac{1}{x}} - 9\right)}{(2^x - 5)(x^4 - 2x + 10)} \leq 0$ .
4. Найдите длину наибольшего отрезка оси абсцисс, на котором графики функций  $f(x) = 3 - \sqrt{x-3} + 2\sqrt{x-4}$  и  $g(x) = \sqrt{x-4} - 4\sqrt{x-4}$  совпадают.
5. Исследуйте функцию  $y = \frac{e^x}{1+x}$ . (Найдите область определения, множество значений, промежутки монотонности, точки экстремума, экстремумы, промежутки выпуклости, асимптоты, нули.) Постройте ее график.
6. Найдите все значения  $a$ , при которых касательная к графику функции  $y = x^4 + ax^2 - 2x - 3$ , проведенная в точке графика с абсциссой  $-1$ , имеет с этим графиком ровно одну общую точку.