

Вариант 1

1. Корабль шел из Санкт-Петербурга через Кейптаун в Бомбей. День рождения капитана пришелся на день, когда $1/3$ пройденного пути равнялась $2/11$ пути, оставшегося до Бомбея, а отношение расстояния от Санкт-Петербурга до Кейптауна к расстоянию от Кейптауна до Бомбея было обратным отношению пройденного пути к оставшемуся до Бомбея. Какую часть всего пути составляет оставшееся расстояние до Кейптауна?
2. Определить на интервале $(-\pi; \pi)$ корни уравнения

$$\sin(x + \arccos(-\frac{1}{2})) - (\operatorname{tg} x \operatorname{ctg} x - 2 \sin^2 \frac{x}{2}) \cos \frac{\pi}{6} = \cos \frac{5\pi}{6}.$$

3. Решите уравнение $\log_{25}(x-3)^2 + \frac{3}{\log_{x+3} 125} = 1$.

4. Решите неравенство $4^{2x-1} - 63 \cdot 4^{x-2} - \sqrt[4]{2^5} \cdot 4^{-\frac{5}{8}} > 0$.

5. Точки A, B, C, D , заданные в плоскости Oxy , являются вершинами параллелограмма. Сторона AB лежит на прямой $y = 3$. Найти площадь параллелограмма, если известны координаты точки $D(5; 1)$. Сделать чертеж.

Ответы

1. $\frac{5}{17}$.
2. Нет корней.
3. $\{2; \sqrt{14}\}$.
4. $(2; +\infty)$.
5. $S = 10$ кв. ед.

Вариант 2

1. Улов рыболовного сейнера состоял из трески, минтая и палтуса. Трески было на 25% больше, чем минтая, количество же палтуса составляло 75% от минтая. Сколько было выловлено тонн каждого сорта рыбы, если трески выловили на 40 тонн больше, чем палтуса?

2. Решить неравенство $2 \log_{81} (x+5)^2 \geq \frac{2}{\log_{5-x} \frac{1}{9}} + 2$.

3. Решить неравенство $\frac{\sqrt{2} \cdot 2^{2x-\frac{1}{2}}}{3^{2x-1}} - \frac{9 \cdot 2^{x+3}}{3^{x+2}} - \frac{27}{\sqrt[4]{9} \cdot \sqrt{27}} > 0$.

4. Определить на интервале $[0; 3]$ число корней уравнения

$$\left(\cos \pi x + 2 \sin^2 \frac{\pi x}{2} + \cos^2 \left(\pi x + \frac{\pi}{4} \right) \right)^{\log_{2-x} \frac{\sqrt{3} \sin \pi x + \cos 2\pi x}{2}} = 1.$$

5. Точки A, B, C, D , заданные на плоскости Oxy , являются вершинами ромба. Стороны $[AB]$ и $[CD]$ лежат на прямых, заданных уравнениями $y = 4x - 7$ и $y = (1/4)x + 1/2$ соответственно, а точка D — на прямой $x = 7$. Найти площадь ромба. Сделать чертёж.

Ответы:

1. 100 т трески, 80 т минтая и 60 т палтуса; 2. $(-\infty; -\sqrt{34}] \cup [-4; 4)$; 3. $(-\infty; \log_{2/3} 3)$;
4. $\{1/3; 1; 9/4; 7/3\}$; 5. $S = 15$ кв. ед.