Государственная морская академия им. Адмирала С. О. Макарова
тренировочные варианты к экзамену *

Вариант 1

1. Фермер-зверовод за сезон сдал на меховую фабрику 600 норковых шкурок белого, серого и чёрного окраса. Белые шкурки составили 150% от числа серых, которых было на 20% больше, чем чёрных шкурок. Сколько шкурок каждого цвета сдал фермер?
2. Решить систему уравнений $\begin{cases} 2^{2+3y}\cdot 4^{-y}\cdot 3^{-(x+y+2)} = \dfrac{(2^3)^2\cdot 2}{3^9}, \\ \log_7 x - \dfrac{1}{2}\log_{\frac{1}{7}} y^2 = \dfrac{\log_3 10}{\log_3 7}. \end{cases}$
3. Найти множество значений функции $y = 16\cos x + 15\sin^2 x$.
4. Построить график функции
$$y = \sin(6\,\mathrm{arctg}(\cos^2 x + \sin^2 x) - x)\cdot\frac{\mathrm{tg}\,x\cdot\mathrm{ctg}\,x}{\sqrt{2}} + \sin(\pi - x)\left(\cos^2\frac{\pi}{8} - \sin^2\frac{\pi}{8}\right).$$
5. Вершина A параллелограмма $ABCD$ является центром окружности, заданной уравнением $(x-3)^2 + (y-4)^2 = 5$, которая проходит также через вершины B и $D(2;\,2)$. Диагональ (AC) параллельна прямой $l: y = -x + 2$. Найти площадь параллелограмма. Построить чертёж.

Ответы:
1. 270 шкурок белого, 180 серого и 150 чёрного окраса;
2. $\{(2;\,5);\,(5;\,2);\ ((7+\sqrt{89})/2);\ (7-\sqrt{89})/2)\}$; 3. $[-16;\,19\,\tfrac{4}{15}]$; 5. $S_{ABCD} = 3$ кв. ед..

Государственная морская академия им. Адмирала С. О. Макарова
тренировочные варианты к экзамену *

Вариант 2

1. К полукилограммовому куску сплава золота с серебром добавили 300 г серебра, после чего содержание золота понизилось на 15%. Сколько граммов золота содержалось в слитке?
2. Изобразить на плоскости $(x;\ y)$ множество точек, лежащих в первой четверти и удовлетворяющих системе $\begin{cases}(\sqrt[3]{343})^{x-4}\cdot 49^{y/2+2}<7^7,\\ 5^y-(7^{10/x})^{\log_7 5}>0.\end{cases}$
3. Найти множество значений функции $y=\dfrac{8\log_{(x+4)^8}(x+7)}{\log_{x+4}5}+\dfrac{\log_{(-x)}(3-x)}{\log_{(-x)}5}$.
4. Построить график функции
$$y=\frac{\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)}{\left|\sin\left(x+\frac{\pi}{3}\right)\right|}\left(\sin(2\operatorname{arctg}(\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{ctg}x)-x)\sin\frac{13\pi}{3}+\sin(\pi-x)\sin\left(13\arccos\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right).$$
5. В параллелограмм $ABCD$ вписана окружность, заданная уравнением $(x-6)^2+(y-4)^2=10$. Сторона (BC) параллельна прямой l: $y=x/3$, а вершина C имеет координаты $(4;\ 0)$. Найти площадь параллелограмма. Построить чертёж.

Ответы:
1. 200 г; 2. $y\in(10/x;\ 7-x)$ при $x\in(2;\ 5)$; 3. $(\log_5 21;\ \log_5 24)\cup(\log_5 24;\ 2]$;
4. $y=|\sin(x+\pi/3)|$, $x\neq\pi k/2$, $x\neq-\pi/3+\pi k$, $k\in\mathbf{Z}$; 5. $S=40$ кв. ед., $A(4;\ 3)$, $B(-2;\ 1)$, $C(0;\ -5)$.

Государственная морская академия им. Адмирала С. О. Макарова
тренировочные варианты к экзамену *

Вариант 3

1. Три положительных числа A, B, C являются последовательными членами арифметической прогрессии. Если B уменьшить на 40%, то полученное число вместе с остальными числами, расставленными в том же порядке, образуют геометрическую прогрессию. Определить числа A, B, C, если знаменатель геометрической прогрессии составляет 25% от разности арифметической прогрессии.
2. Найти множество значений функции $y=4^{\sin^2 x}-4^{-\cos 2x}$.
3. Найти множество значений аргумента x, при которых график функции $y=\dfrac{\log_2(x^2/16)}{\log_x 2}-6$ лежит ниже оси абсцисс.
4. Построить график функции
$$y=\frac{\log_2(x-\pi)}{|\log_2(x-\pi)|}(\sin(x+16\arccos 0)+\sin(x-5\arcsin(\operatorname{tg}x\cdot\operatorname{ctg}x))).$$
5. Найти площадь четырёхугольника $ABCD$, единственная ось симметрии которого — прямая $l_1: y=-x+9$. Диагональ $[AC]$ лежит на прямой $l_2: y=4$, а вершина B является центром окружности $(x-5)^2+(y-6)^2=29$, причём эта окружность проходит через точку C, которая не является симметричной точке B. Построить чертёж.

Ответы:

1. $A=1$, $B=5$, $C=9$; 2. $[0;1]$; 3. $(1/2;8)$; 5. $S_{ABCD}=24{,}5$ кв. ед.

*Выдержки из книги:
Волкова Н. А., Сахаров В. Ю. **Абитуриенту–2000. Тренировочные варианты**. СПб.: НИИХ СПбГУ, 2000