

Санкт–Петербургский государственный университет, 1999 год  
геологический факультет,  
факультет географии и геоэкологии

**Вариант 1**

1. Три различных числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , наибольшее из которых равно 4, в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Найти эту прогрессию, если известно, что некоторой перестановкой её членов она превращается в арифметическую прогрессию.
2. Решить уравнение  $\sin 6x - 1 = (|\sin x| - \cos 3x)^2$ .
3. Решить уравнение  $\sqrt{\frac{4x-1}{x}} = \frac{8x^2 - 2x - 3}{x}$ .
4. Решить неравенство  $\frac{3^{x+1} + 5^{x-1}}{5^x - 3^x} \geq 2$ .
5. Прямая отсекает от треугольника  $ABC$  трапецию  $AMNB$ , в которую можно вписать окружность. Найти её радиус, если известно, что площадь трапеции равна  $S$ , радиус окружности, вписанной в треугольник  $MCN$ , равен  $r$  и  $|AB| = a$ .

**Вариант 2**

1. Три различных числа  $a$ ,  $b$ ,  $c$ , наименьшее из которых равно  $-6$ , в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найти эту прогрессию, если известно, что некоторой перестановкой её членов она превращается в геометрическую прогрессию.
2. Решить уравнение  $\sin 6x + 1 + (|\sin x| + \cos 3x)^2 = 0$ .
3. Решить уравнение  $\sqrt{\frac{x+1}{x-1}} = \frac{2x^2 - 2x - 10}{x-2}$ .
4. Решить неравенство  $\frac{2^{x+1} - 2 \cdot 3^{x-1}}{9 \cdot 2^x - 4 \cdot 3^x} \leq \frac{1}{3}$ .
5. В трапецию  $ABCD$  вписана окружность радиуса  $R$ . Лучи  $[AB)$  и  $[DC)$  пересекаются в точке  $M$ . Найти площадь треугольника  $ADM$ , если известно, что радиус окружности, вписанной в треугольник  $BMC$ , равен  $r$  и  $|AD| = a$ .