

Санкт–Петербургский государственный университет, 1999 год
математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Вариант 1

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{\sin x + \cos x - a} = \sqrt{\sin 2x - \frac{1}{2}}$ имеет решение.
2. Решить уравнение $x - 1 + \log_3 x = \log_3(2 + 2x)$.
3. Решить неравенство $\frac{2x^2 + 2|x|}{4|x| - 5} \geq x^2$.
4. Найти максимально возможное значение меньшего угла треугольника, две стороны которого равны 3 и 4.
5. В единичный куб $ABCD A' B' C' D'$ вписана сфера. Прямая, проходящая через середину ребра $|BC|$, касается сферы и пересекает прямую (AA') в точке M . Найти расстояние между точками M и A .

Вариант 2

1. Найти все значения параметра a , при которых уравнение $\sqrt{\sin 2x + a} = \frac{1}{2} + \cos x - \sin x$ имеет решение.
2. Решить уравнение $x + 2 + \log_2 x = \log_2(3 + 5x)$.
3. Решить неравенство $\frac{x^2 + |x|}{x^2 - 1} \geq 1 - 4|x|$.
4. Найти минимально возможное значение большего угла треугольника, две стороны которого равны 4 и 5.
5. Проходящая через середину ребра $[AB]$ куба $ABCD A' B' C' D'$ прямая касается вписанной в этот куб сферы и пересекает прямую (CC') в точке N . Найти радиус этой сферы, если известно, что $|CN| = 4$.