

Санкт–Петербургский государственный университет, 2001 год
математико-механический факультет,
факультет прикладной математики – процессов управления

Вариант 1

1. Косцы должны выкосить два луга. Начав косить больший луг, через два часа работы они разделились: большая их часть пошла косить малый луг, площадью в два раза меньше первого, и закончила работу одновременно с первой группой. Требуется определить, сколько косцов осталось работать на большем лугу, если известно, что один косец скашивает малый луг за три дня работы по 8 часов.
2. Решите уравнение $\frac{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x}{2 \sin 2x(2 \sin x - 1)} = \operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} x$.
3. Решите неравенство $\log_{x+a} 2 < \log_x 4$, при условии, что $0 < a < \frac{1}{4}$.
4. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$, $BC = 8$, $AC = 7$. На биссектрисе угла A внутри треугольника выбрана точка O так, что площади треугольников AOB , AOC и BOC , взятые в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите эту прогрессию.
5. Найдите объем треугольной пирамиды, каждая грань которой представляет собой треугольник со сторонами $\sqrt{5}$, $\sqrt{10}$ и $\sqrt{13}$.

Вариант 2

1. Две бригады маляров красят два цеха. После трёх часов совместной работы в первом цехе вторая бригада перешла во второй цех, объем работы в котором был вдвое меньше, чем в первом. Требуется определить, сколько маляров было во второй бригаде, если известно, что покраска обоих цехов была закончена одновременно, а один маляр может покрасить меньших цех за 6 дней по 8 часов работы.
2. Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{ctg} x - 1}{2 \sin 2x(2 \cos x - 1)} = \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{tg} x$.
3. Решите неравенство $\log_{x+a} 3 < \log_{x-a} 9$, при условии, что $0 < a < \frac{1}{8}$.
4. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$, $BC = 8$, $AC = 7$. На биссектрисе угла A внутри треугольника выбрана точка O так, что площади треугольников AOB , BOC и AOC , взятые в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите эту прогрессию.
5. Найдите объем треугольной пирамиды, каждая грань которой представляет собой треугольник со сторонами $\sqrt{13}$, $2\sqrt{5}$ и 5 .