

**Санкт-Петербургский государственный университет, 2002 год**  
математико-механический факультет,  
факультет прикладной математики–процессов управления

**1 вариант**

1. Выясните, какое из двух чисел больше:  $\log_{15} 127$  или  $\log_3 2 + \log_5 8$ .
2. Решите уравнение  $|x^3 - 4x^2 + 5x - 2| = x - 1$ .
3. Решите уравнение  $\cos 3x = 3\sin^3 x - \cos^3 x$ .
4. Окружность радиуса 2 касается сторон треугольника  $ABC$  в точках  $A'$ ,  $B'$  и  $C'$ . Площадь треугольника  $A'B'C'$  равна 5. Найдите площадь треугольника с вершинами в серединах дуг  $\widehat{AB}$ ,  $\widehat{BC}$  и  $\widehat{CA}$  описанной окружности треугольника  $ABC$ , если известно, что ее радиус равен 6.
5. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна  $a$ , а двугранный угол между основанием и боковой гранью равен  $\alpha$ . Даны два шара, каждый из которых касается основания пирамиды, двух ее боковых граней и другого шара (шары касаются разных граней). Найдите радиусы шаров, если известно, что один из них вдвое больше другого.

**2 вариант**

1. Выясните, какое из двух чисел больше:  $7\log_{14} 2$  или  $\log_4 3 + \log_7 9$ .
2. Решите уравнение  $|x^3 - 4x^2 + x + 6| = x + 1$ .
3. Решите уравнение  $\sin x = 7\sqrt{3}\cos^3 x - \sin^3 x$ .
4. Треугольник  $KLM$  вписан в окружность  $S$  радиуса 5 и описан около окружности радиуса 2, касающейся его сторон в точках  $P$ ,  $Q$  и  $R$ . Периметр треугольника с вершинами в серединах дуг  $\widehat{KL}$ ,  $\widehat{LM}$  и  $\widehat{MK}$  окружности  $S$  равен 20. Найдите периметр треугольника  $PQR$ .
5. Дана правильная четырехугольная пирамида с высотой  $h$  и стороной основания  $b$ . Ее основания касаются два шара, каждый из которых касается двух боковых граней пирамиды и другого шара (шары касаются разных граней). Найдите радиусы шаров, если известно, что один из них в полтора раза меньше другого.