Санкт–Петербургский государственный университет, 2000 год
филологический факультет (отделение теоретической и прикладной лингвистики)

Вариант 1

1. Решите уравнение $\sqrt{x^2-6x}+\sqrt{3x+12}=10$.
2. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{6}-2x\right)=\operatorname{tg}3x$.
3. Решите неравенство $\log_2(x^2-5x)-\log_2(2x^2-3x)\le\log_2(x+3)$.
4. Точка O является общим центром двух окружностей. Вершины треугольника ABC лежат на внешней окружности. Две его стороны касаются внутренней окружности, а третья сторона пересекает эту окружность в точках M и N. Найти отношение радиусов этих окружностей, если известно, что $\angle MON=\varphi$.
5. Арифметическая прогрессия состоит из семи членов. Шестой, третий и пятый её члены в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Найдите первый член и разность арифметической прогрессии, если известно, что сумма всех её положительных членов равна 34.

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sqrt{x^2-8x}+\sqrt{3x+9}=9$.
2. Решите уравнение $\operatorname{tg}\left(\frac{\pi}{3}+x\right)+\operatorname{tg}3x=0$.
3. Решите неравенство $\log_3(2x^2-4x)+\log_3(x+4)\ge\log_3(x^2-7x)$.
4. Точка O является общим центром двух окружностей. Вершины равнобедренного треугольника ABC лежат на внешней окружности, его основание AC касается внутренней окружности, а боковые стороны пересекают её. Найдите отношение радиусов этих окружностей, если известно, что $\angle POQ=\alpha$, где P и Q — точки пересечения внутренней окружности со стороной AB.
5. Арифметическая прогрессия состоит из десяти членов. Третий, первый и пятый её члены в указанном порядке образуют геометрическую прогрессию. Найдите её сумму и знаменатель, если известно, что сумма всех положительных членов арифметической прогрессии равна 15.