

Санкт–Петербургский государственный университет, 2001 год
биолого-почвенный факультет, химический факультет,
филологический факультет (отделение структурной и прикладной лингвистики)

Вариант 1

1. Решите уравнение $2\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{2}x = 2\sqrt{x^2 + 1} - \sqrt{2}x$.
2. Решите уравнение $\frac{1 - \sqrt{3} \operatorname{tg} x}{2 \sin 2x (2 \sin x - 1)} = \operatorname{ctg} 2x - \operatorname{ctg} x$.
3. Решите неравенство $|\log_3(x - 3)| - \log_3 x > 2$.
4. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$, $BC = 8$, $AC = 7$. На биссектрисе угла A внутри треугольника выбрана точка O так, что площади треугольников AOB , AOC и BOC , взятые в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите эту прогрессию.
5. Два насоса откачивают воду, равномерно поступающую в бак. Если включить первый насос, то полный бак опустеет за 3 часа, а если второй, то за 2 часа, а если включить оба сразу, то за 1 час. За какое время наполнится пустой бак, если отключить оба насоса?

Вариант 2

1. Решите уравнение $\sqrt{y^2 + 2} - \frac{y}{\sqrt{2}} = \sqrt{y^2 - 2} + \frac{y}{\sqrt{2}}$.
2. Решите уравнение $\frac{\sqrt{3} \operatorname{ctg} x - 1}{2 \sin 2x (2 \cos x - 1)} = \operatorname{ctg} 2x + \operatorname{tg} x$.
3. Решите неравенство $|\log_2(x - 4)| - \log_2 x > 1$.
4. В треугольнике ABC известны стороны $AB = 5$, $BC = 8$, $AC = 7$. На биссектрисе угла A внутри треугольника выбрана точка O так, что площади треугольников AOB , BOC и AOC , взятые в указанном порядке образуют арифметическую прогрессию. Найдите эту прогрессию.
5. В бассейн по двум трубам поступает вода, которую откачивает один насос. Если открыть одну трубу, то пустой бак наполнится за 2 часа, если другую, то за 3 часа, а если обе сразу, то за 1 час. За какое время наполнится пустой бассейн, если выключить насос и открыть обе трубы?